

灰度图像的二维交叉熵直线型阈值分割法

范九伦, 雷 博

(西安邮电学院信息与控制系, 陕西西安 710061)

摘 要: 一维 Otsu 法是一个经典的阈值分割方法, 遵循该方法的构造思想, Li 与 Lee 基于交叉熵提出了一个阈值分割方法. 在解释和说明 Li 与 Lee 的方法的基础上, 与二维 Otsu 直线型阈值分割方法相对应, 提出二维灰度直方图上的二维交叉熵直线型阈值分割方法并给出快速递推公式. 与二维 Otsu 直线型阈值分割法相比, 新方法能够更好的适应目标和背景方差相差较大的情形, 是一个有效的阈值分割方法.

关键词: 阈值分割; Otsu 法; 交叉熵

中图分类号: TN911.173 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2009) 03-0476-05

Two-dimensional Cross-entropy Linear-type Threshold Segmentation Method for Gray-level Images

FAN Jiulun, LEI Bo

(Department of Information and Control, Xi'an Institute of Post and Telecommunications, Xi'an, Shaanxi 710061, China)

Abstract: One-dimensional Otsu's method is a classical threshold segmentation method. Following this thought, Li and Lee proposed a threshold segmentation method based on cross-entropy. A two-dimensional cross-entropy linear-type threshold segmentation method and its fast recursive formula were proposed based on the explanation and demonstration of Li and Lee's method and corresponding with the two-dimensional Otsu's linear-type threshold segmentation method. Compared with the two-dimensional Otsu's linear-type threshold segmentation method, the new method can be better adapted to the cases that the variance between the object and background is large. It is shown that the new method is an available threshold selection method.

Key words: threshold segmentation; Otsu's method; cross-entropy

1 引言

图像分割是图像分析、理解和计算机视觉中的难点. 在图像分割的诸多方法中, 阈值化技术是一种简单有效的方法. Otsu 法^[1]是广泛使用的阈值分割方法之一, 等效于一维硬 c 均值聚类算法^[2]. Kurita 等^[3]在各类方差相等的约束下运用条件相关混合概率模型, 基于正态分布对 Otsu 法进行了解释, 从文献[2]和[3]的描述可见 Otsu 法在理论上适用于目标和背景方差相差不大的混合正态分布情形.

Otsu 法涉及到阈值 t 、目标均值 $L_0(t)$ 与背景均值 $L_1(t)$, 如果用 $L_0(t)$ 与 $L_1(t)$ 构造的二值图像作为待分割图像的/理想图像0, 则 Otsu 法的基本思想是从待分割图像和/理想图像0的匹配角度, 通过最小化均方差来获得最佳阈值. 交叉熵(相对熵、有向散度)描述了两个概率分布的差异性程度, 借用交叉熵并利用 Otsu 法的基本思想, Li 和 Lee 给出了另一个阈值分割方法^[4].

我们^[5]从条件相关混合概率模型的角度, 基于泊松分布对 Li 和 Lee 的方法进行了解释, 这种解释使得 Li 和 Lee 方法的数学机理更加清晰, 为其更好的使用奠定了坚实的理论基础. 此外我们也给出了 Li 和 Lee 方法的一种快速迭代算法^[6].

泊松分布和正态分布是密切相关的, 当泊松分布的参数 K 较大时, 可以用均值和方差均为 K 的正态分布来近似. 鉴于 Li 和 Lee 方法可以用泊松分布进行解释, 可以有理由的说, Li 和 Lee 方法能更好的适用于灰度图像中目标和背景的方差相差较大的情形.

一维 Otsu 法对含噪图像的分割效果不好, 为此人们引入了二维灰度直方图并提出了二维 Otsu 法^[7], 为了提高运行速度, 快速递推算算法也已经给出^[8]. 近年来有许多基于二维 Otsu 法的图像分割方法研究及应用^[9-10]. 传统的二维 Otsu 阈值化方法通过一个/点对0对图像进行分割, 假设了目标区域和背景区域的概率和近似为 1, 这种假设有一定的合理性. 但忽略边界区域

信息的做法在有些场合是不合适的, 为此我们提出了二维 Otsu 直线型阈值分割方法^[9]. 与文献[9]的方法相对应, 本文给出二维交叉熵直线型阈值分割方法. 为了推导出该方法, 我们首先研究了广义交叉熵公式在特定矩阵情形时的表述, 基于这种表述, 给出二维交叉熵直线型阈值分割方法的具体表达式以及快速递推公式. 实验结果表明, 本文方法对于目标和背景方差相差较大的图像的分割效果优于二维 Otsu 直线型阈值分割法. 因此, 本文的方法在一定程度上弥补了 Otsu 法的不足, 是一个有效的阈值分割方法.

2 特定矩阵上的广义交叉熵

交叉熵(也称为相对熵、有向散度)是信息论中常用的一个刻画两个概率分布差异性的公式^[11]. 对于 n 维空间 X 上的概率分布 $P = \{p_i\}$ 、 $Q = \{q_i\}$ 满足 $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ 、 $\sum_{i=1}^n q_i = 1$ 、 $p_i \geq 0$ 、 $q_i > 0$ ($i = 1, \dots, n$), P 与 Q 的差异可用下式进行描述

$$I(P; Q) = \sum_{i=1}^n p_i \log \frac{p_i}{q_i} \quad (1)$$

$I(P; Q)$ 满足 $I(P; Q) \geq 0$; 当 $P = Q$ 时 $I(P; Q) = 0$. $I(P; Q)$ 是非对称的, 即 $I(P; Q) \neq I(Q; P)$.

将上式作一个推广, 对于 X 上的两个数组(向量) $P = \{p_i\}$ 和 $Q = \{q_i\}$ 满足 $\sum_{i=1}^n p_i = \sum_{i=1}^n q_i \leq C$ 、 $p_i \geq 0$ 且 $q_i > 0$ ($i = 1, \dots, n$), $C > 0$, P 与 Q 的差异用下式进行描述

$$I(P; Q) = \frac{1}{C} \sum_{i=1}^n p_i \log \frac{p_i}{q_i} \quad (2)$$

式(2)称为广义交叉熵. 由于上述表达式是对一维数组(或向量)定义的, 下面给出矩阵情形相应的定义.

对于 $m \times n$ 的矩阵 $A = (a_{ij})$ 和 $B = (b_{ij})$ 满足 $a_{ij} \geq 0$ 、 $b_{ij} > 0$ 、 $\sum_{i=1}^m a_{ij} = \sum_{i=1}^m b_{ij} \leq C_j > 0$ ($i = 1, \dots, m$; $j = 1, \dots, n$). 描述矩阵 A 、 B 差异性的通常做法是 $A - B +$, 即求矩阵 $A - B$ 的范数. 注意到上述矩阵的每一列有特殊的约束, 因此我们可以采用更有特点的刻画方式. 对于矩阵 A 、 B 的第 j 列

$\{a_{ij}\}_{i=1}^m$ 、 $\{b_{ij}\}_{i=1}^m$, 由于 $\sum_{i=1}^m a_{ij} = \sum_{i=1}^m b_{ij} \leq C_j > 0$, 于是可以用广义交叉熵来刻画第 j 列的差异

$$I_j(\{a_{ij}\}; \{b_{ij}\}) = \frac{1}{C_j} \sum_{i=1}^m a_{ij} \log \frac{a_{ij}}{b_{ij}} \quad (3)$$

考虑到不同的 C_j 取值可能相差很大, 为了消除其影响, 可以采用加权的方式综合矩阵所有列的差异来得到二个矩阵的差异性描述. 即

$$I(A; B) = \sum_{j=1}^n \frac{C_j}{C_1 + \dots + C_n} I_j(\{a_{ij}\}; \{b_{ij}\})$$

$$= \frac{1}{C_1 + \dots + C_n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m a_{ij} \log \frac{a_{ij}}{b_{ij}} \quad (4)$$

忽略掉常数 $\frac{1}{C_1 + \dots + C_n}$, 可以得到 $I(A; B) = \sum_{j=1}^n$

$\sum_{i=1}^m a_{ij} \log \frac{a_{ij}}{b_{ij}}$. $I(A; B)$ 与一维概率分布具有相同的性质, 即 $I(A; B) \geq 0$; 当 $A = B$ 时 $I(A; B) = 0$; $I(A; B)$ 是非对称的, 即一般 $I(A; B) \neq I(B; A)$.

3 一维交叉熵阈值法

用 $F = \{f_1, f_2, \dots, f_{M \times N}\}$ 来表示一幅大小为 $M \times N$ 的数字图像, 其中 f_i 表示图像中第 i 点的灰度值. 图像中灰度为 g 的象素点总数记为 $f(g)$, $g = 0, 1, \dots, L-1$, $h(g)$ 表示图像中每一灰度值 g 出现的概率. 设阈值 t 将图像分为目标和背景两类, 分别记为 C_0 和 C_1 , 这两类的先验概率分别为 $P_0(t)$ 和 $P_1(t)$, 均值分别为 $L_0(t)$ 和 $L_1(t)$.

用 $F = \{L_0, L_1\}$ 表示分割后的二值图像. 则 Otsu 方法建立的准则函数为最小化

$$Q(t) = \sum_{g=0}^t h(g)(g - L_0(t))^2 + \sum_{g=t+1}^{L-1} h(g)(g - L_1(t))^2 \quad (5)$$

经推导最小化 Q 等价于最大化下式:

$$G(t) = P_0(t)(L_0(t))^2 + P_1(t)(L_1(t))^2 \quad (6)$$

式(5)描述的是原图像的灰度直方图与分割后图像的灰度直方图之间的偏差. 运用描述两个概率分布之间偏差的交叉熵, Li 和 Lee 给出另一个刻画待分割图像 F 与二值化图像 F 之间偏差的阈值分割方法:

$$R(t) = \sum_{g=0}^t gh(g) \log \left[\frac{g}{L_0(t)} \right] + \sum_{g=t+1}^{L-1} gh(g) \log \left[\frac{g}{L_1(t)} \right] \quad (7)$$

经推导最小化 $F(t)$ 等价于最大化下式:

$$F(t) = P_0(t) L_0(t) \log L_0(t) + P_1(t) L_1(t) \log L_1(t) \quad (8)$$

对比(6)和(8), 可以看出二者之间有惊人的相似之处, 仅有的区别是式(6)采用的是乘法运算, $L_0(t) \neq L_0(t)$, $L_1(t) \neq L_1(t)$; 而式(8)采用的是对数运算 $L_0(t) \log L_0(t)$, $L_1(t) \log L_1(t)$. 因此, 一维交叉熵阈值法和经典 Otsu 方法有着共同之处.

4 二维交叉熵直线型阈值分割法

一维图像阈值分割方法常常对含噪图像的分割效果较差, 为此人们提出了在二维灰度直方图上进行阈值选取. 对于一幅 $M \times N$ 的数字图像, 我们用 $f(x, y)$ 表示图像上坐标为 (x, y) 的像素点的灰度值, $g(x, y)$ 表示图像上坐标为 (x, y) 的像素点的 $K \times K$ 邻域的平均灰度值, $g(x, y)$ 的定义如下:

$$g(x, y) = \delta \frac{1}{K} \sum_{m=-\lfloor K/2 \rfloor}^{\lfloor K/2 \rfloor} \sum_{n=-\lfloor K/2 \rfloor}^{\lfloor K/2 \rfloor} f(x+m, y+n) \quad (9)$$

其中 δ 表示取整运算. K 为邻域宽度, 一般取奇数.

$f(x, y)$ 和 $g(x, y)$ 组成的二元组记为 (i, j) , 在此基础上定义图像的二维直方图, 该二维直方图定义在一个 $(L-1) \times (L-1)$ 大小的正方形区域上, 其横坐标表示图像像元的灰度值, 纵坐标表示像元的邻域平均灰度值. 直方图中任意一点的值定义为 P_{ij} , 它表示二元组 (i, j) 发生的频率, $P_{ij} = \frac{c_{ij}}{M \times N}$, 其中 c_{ij} 是 (i, j) 出现的频数, $0 \leq i, j \leq L-1, \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} P_{ij} = 1$.

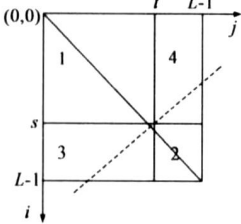


图1 二维直方图区域划分

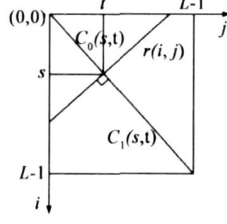


图2 二维直线型区域划分

根据二维直方图的定义, 假设在阈值 (s, t) 处将图像分割成四个区域, 如图 1 所示. 其中, 对角线上的两个区域 1 和 2 分别对应于目标和背景, 远离对角线的区域 3 和 4 对应于边缘和噪声^[7-8]. 在传统二维阈值化方法中假设区域 3 和 4 的概率值近似为 0, 这种假设忽略了边界区域的信息, 造成了它在某些场合是不适用的. 为此我们在[9]中对其进行了改进.

如果 (s, t) 是选取的阈值点, 作过 (s, t) 且垂直于对角线的直线 $r(i, j)$ 将二维区域分成两块 $C_0(s, t)$ 和 $C_1(s, t)$, 简记为 C_0 和 C_1 , 分别表示目标和背景, 如图 2 所示. 那么目标和背景出现的概率分别为

$$P_0(s, t) = \sum_{(i,j) \in C_0} P_{ij} \quad (10)$$

$$P_1(s, t) = \sum_{(i,j) \in C_1} P_{ij} \quad (11)$$

满足 $P_0(s, t) + P_1(s, t) = 1$. 两类对应的均值矢量为

$$\begin{aligned} L_0(s, t) &= (L_{00}(s, t), L_{01}(s, t))c \\ &= \left(\frac{\sum_{(i,j) \in C_0} iP_{ij}}{P_0(s, t)}, \frac{\sum_{(i,j) \in C_0} jP_{ij}}{P_0(s, t)} \right) c \\ &= \left(\frac{\sum_{(i,j) \in C_0} ic_{ij}}{\sum_{(i,j) \in C_0} c_{ij}}, \frac{\sum_{(i,j) \in C_0} jc_{ij}}{\sum_{(i,j) \in C_0} c_{ij}} \right) c \\ L_1(s, t) &= (L_{10}(s, t), L_{11}(s, t))c \end{aligned} \quad (12)$$

$$= \left(\frac{\sum_{(i,j) \in C_0} ic_{ij}}{\sum_{(i,j) \in C_0} c_{ij}}, \frac{\sum_{(i,j) \in C_0} jc_{ij}}{\sum_{(i,j) \in C_0} c_{ij}} \right) c \quad (13)$$

二维直方图上总的均值矢量为

$$L_T = (L_{T0}, L_{T1})c = \left(\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} iP_{ij}, \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} jP_{ij} \right) c \quad (14)$$

对于阈值线 $r(i, j)$, 这时我们得到的阈值不再是一个点, 而是一条 $i+j = s+t$ 的直线, 根据这条直线对原图像进行分割, 像元的归类方式为

$$f_F(x, y) = \begin{cases} 0 & i+j \leq s+t \\ L-1 & i+j > s+t \end{cases} \quad (15)$$

其中 $f_F(x, y)$ 表示分割后的图像在 (x, y) 的灰度值.

对于数字图像 F 和邻域平均图像 Q , 在阈值 $s+t$ 处用 C_0 和 C_1 表示 $(i, j) \in C_0(s, t)$ 和 $(i, j) \in C_1(s, t)$ 对应的 $(x, y) \in M \times N$ 的像素点集. 可以构造二个具有 2 个列的矩阵 $A_0 = (f(x, y) \quad g(x, y))_{((x, y) \in C_0)}$, $A_1 = (f(x, y) \quad g(x, y))_{((x, y) \in C_1)}$. 如果记 $A_{00} = (f(x, y))_{((x, y) \in C_0)}$ 且 $A_{01} = (g(x, y))_{((x, y) \in C_0)}$, 那么 A_0 可用分块矩阵表示成 $A_0 = (A_{00} \quad A_{01})$. 同样, 如果记 $A_{10} = (f(x, y))_{((x, y) \in C_1)}$ 且 $A_{11} = (g(x, y))_{((x, y) \in C_1)}$, 那么 A_1 可用分块矩阵表示成 $A_1 = (A_{10} \quad A_{11})$. 于是由原图像所有像点的灰度值和相应的邻域平均图像的灰度值排列的 $M \times N$ 行 2 列的矩阵可以表示成

$$A = \begin{pmatrix} A_{00} & A_{01} \\ A_{10} & A_{11} \end{pmatrix}_{(x,y) \in M \times N} \quad (16)$$

现在我们构造一个和 A 同样大小的矩阵 B

$$B = \begin{pmatrix} B_{00} & B_{01} \\ B_{10} & B_{11} \end{pmatrix}_{(x,y) \in M \times N} \quad (17)$$

其中 $B_{00} = (L_{00}(s, t))_{((x, y) \in C_0)}$, $B_{01} = (L_{01}(s, t))_{((x, y) \in C_0)}$; $B_{10} = (L_{10}(s, t))_{((x, y) \in C_1)}$, $B_{11} = (L_{11}(s, t))_{((x, y) \in C_1)}$. 并且 (x, y) 的排序与 A 中相应分块的排序一样.

对于矩阵 A 和 B , 其第一列上元素的和分别为

$$\begin{aligned} & \sum_{(x,y) \in C_0} f(x, y) + \sum_{(x,y) \in C_1} f(x, y) \\ &= \sum_{(x,y) \in C_0} ic_{ij} + \sum_{(x,y) \in C_1} ic_{ij} = \sum_{(x,y) \in C} ic_{ij} \end{aligned} \quad (18)$$

这里, C 表示 $(L-1) \times (L-1)$.

$$\sum_{(x,y) \in C_0} L_{00}(s, t) + \sum_{(x,y) \in C_1} L_{10}(s, t) = \sum_{(x,y) \in C} ic_{ij} \quad (19)$$

同理, 矩阵 A 和 B 的第二列上元素的和分别为

$$\sum_{(x,y) \in C_0} g(x, y) + \sum_{(x,y) \in C_1} g(x, y) = \sum_{(x,y) \in C} jc_{ij} \quad (20)$$

$$\sum_{(x,y) \in C_0} L_{01}(s, t) + \sum_{(x,y) \in C_1} L_{11}(s, t) = \sum_{(x,y) \in C} jc_{ij} \quad (21)$$

由于 A 和 B 每列元素的和均为相等的常数, 于是利用公式(4)定义矩阵 A 和 B 上的广义交叉熵为

$$I(A; B) = \left[\begin{aligned} & E_{(x,y) \in C_0} f(x, y) \log \frac{f(x, y)}{L_{00}(s, t)} \\ & + E_{(x,y) \in C_1} f(x, y) \log \frac{f(x, y)}{L_{10}(s, t)} \end{aligned} \right] \\ + \left[\begin{aligned} & E_{(x,y) \in C_0} g(x, y) \log \frac{g(x, y)}{L_{01}(s, t)} \\ & + E_{(x,y) \in C_1} g(x, y) \log \frac{g(x, y)}{L_{11}(s, t)} \end{aligned} \right] \quad (22)$$

最小化 $I(A; B)$ 等价于最大化下式

$$I(s; t) = P_0(s, t) [L_{00}(s, t) \log L_{00}(s, t) + L_{01}(s, t) \log L_{01}(s, t)] \\ + P_1(s, t) [L_{10}(s, t) \log L_{10}(s, t) + L_{11}(s, t) \log L_{11}(s, t)] \quad (23)$$

即最佳阈值 (S^*, t^*) 取为

$$(S^*, t^*) = \text{Arg} \max_{0 < s < L-1, 0 < t < L-1} I(s, t) \quad (24)$$

我们称上式为二维交叉熵直线型阈值分割方法。

5 快速递推算法

和二维 Otsu 直线型阈值法一样, 用穷举搜索的方法得到二维交叉熵直线型阈值分割方法的计算量很大, 不能满足实时性的要求. 为此本节给出二维交叉熵直线型阈值法的递推算法. 我们记 $L_{00}(s, t) = \sum_{i+j | s+t} i P_{ij}$, $L_{01}(s, t) = \sum_{i+j | s+t} j P_{ij}$. 那么 $L_{00}(s, t) = \frac{L_{00}(s, t)}{P_0(s, t)}$, $L_{01}(s, t) = \frac{L_{01}(s, t)}{P_0(s, t)}$, $L_{10}(s, t) = \frac{L_{10}(s, t)}{1 - P_0(s, t)}$, $L_{11}(s, t) = \frac{L_{11}(s, t)}{1 - P_0(s, t)}$. 具体的递推过程如下:

$$P_0(0, 0) = P_{00} \quad s=0 \quad (25)$$

$$P_0(s-1, s) = P_0(s-1, s-1) + \sum_{i+j=2s-1} P_{ij} \quad s>0 \quad (26)$$

$$P_0(s, s) = P_0(s-1, s) + \sum_{i+j=2s} P_{ij} \quad s>0 \quad (27)$$

$$L_{00}(0, 0) = 0 \quad s=0 \quad (28)$$

$$L_{00}(s-1, s) = L_{00}(s-1, s-1) + \sum_{i+j=2s-1} i P_{ij} \quad s>0 \quad (29)$$

$$L_{00}(s, s) = L_{00}(s-1, s) + \sum_{i+j=2s} i P_{ij} \quad s>0 \quad (30)$$

$$L_{00}(0, 0) = 0 \quad s=0 \quad (31)$$

$$L_{01}(s-1, s) = L_{01}(s-1, s-1) + \sum_{i+j=2s-1} i P_{ij} \quad s>0 \quad (32)$$

$$L_{01}(s, s) = L_{01}(s-1, s) + \sum_{i+j=2s} j P_{ij} \quad s>0 \quad (33)$$

由以上的递推公式可以看出, 最佳阈值 (s^*, t^*) 的确定不必遍历整个二维直方图, 只需遍历二维直方图定义域的主对角线和一条次主对角线, 搜索空间为 $2L-1$ 个点。

6 实验结果及分析

仿真实验是在 Matlab7 环境下, 在奔腾 4、115GHz CPU 和 512M 内存微处理器上进行的. 在实验中, 采用两幅图像: 加了均值为 0、方差为 0.005 的高斯噪声的航拍图像和细菌图像, 尺寸分别为 1024 @ 1026, 178 @ 178. 我们采用一维 Otsu 法、二维 Otsu 直线型递推算法、一维交叉熵法以及本文给出的二维交叉熵直线型递推算法进行实验比较. 在二维灰度直方图的构造 $K=3$ 时取. 实验结果如图 3 和图 4 所示。

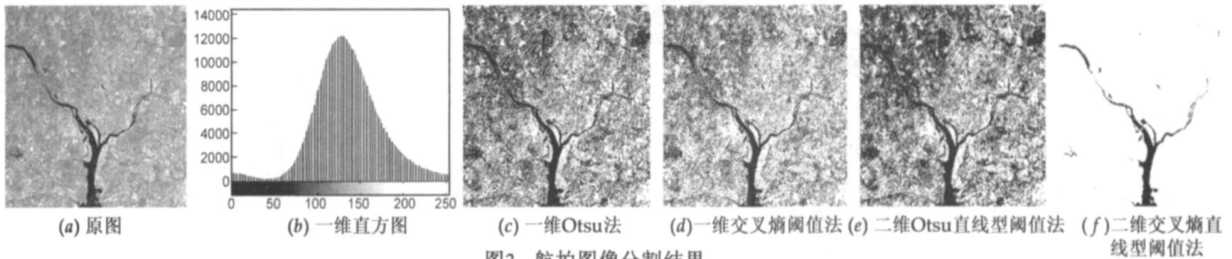


图3 航拍图像分割结果

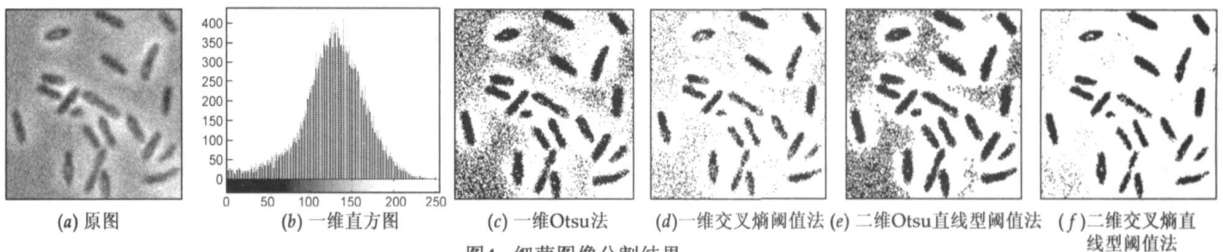


图4 细菌图像分割结果

对于航拍图像, 由图 3(b) 可以看出, 该图像的一维直方图近似为混合高斯分布, 在灰度值靠近 0 的位置有小的峰值, 即该图像中目标和背景方差相差较大. 由图 3(c) 2(f) 可以看出, 这种情况下 Otsu 方法不能有效将目标和背景区分开来, 而交叉熵方法整体分割效果优

于 Otsu 方法. 由于图像中含有噪声, 二维交叉熵直线型方法取得了最好的效果, 将河流与背景有效的分割开来。

对于细菌图像, 由图 4(b) 可以看出该图像一维直方图分布近似为混合高斯分布, 在灰度值靠近 0 的位置

有小的峰值,即该图像中目标和背景方差相差较大.由图 4(c)2(f)可以看出,交叉熵方法效果优于二维 Otsu 法,而二维直线型交叉熵方法获得了最优的效果.

由于上述的两个图像中目标和背景之间灰度分布的方差相差较大,主要适用于灰度分布相差不大的 Otsu 法显示出了局限性,而交叉熵方法能够更好的适用于这种情形,获得较为理想的分割效果.表 1 列出了四种阈值化方法的运行时间及阈值的比较结果,由该表可以看出二维阈值化方法由于运算的复杂性,耗时较长.特别是航拍图像耗时达 10s 以上,这是由于航拍图像尺寸太大以及本文硬件实验环境所限制,只要实验环境稍作改善,并不影响二维方法的实时性.

表 1 四种阈值化方法运行时间及阈值比较

	航拍图像		细菌图像	
	运行时间 (s)	阈值	运行时间 (s)	阈值
一维 Otsu 算法	1140	139	01 53	117
一维交叉熵阈值法	1140	129	01 52	95
二维 Otsu 直线型算法	14 02	(140, 140)	11 63	(116, 117)
二维交叉熵直线型算法	14 87	(53, 54)	11 59	(95, 95)

7 结论

一维交叉熵方法是一种有效的图像分割方法,本文在一维交叉熵方法的基础上,基于二维直方图提出了二维交叉熵直线型阈值方法.该方法舍弃了传统方法中认为的二维直方图中反对角线区域概率和近似为 0 的假设,对于噪声图像有更好的分割效果.由于交叉熵方法对于目标和背景方差相差较大的图像的分割效果优于 Otsu 法,因此本文所提方法在一定程度上弥补了 Otsu 法的不足.为了减少运行时间,本文给出了二维方法的递推公式.作为降低运行时间的另外考虑,也可以采用优化算法来达到目的,本文不再对其作进一步的说明.

参考文献:

- [1] Otsu N, A thresholding selection method from gray level histograms [J] IEEE Trans System Man Cybernetic. 1979, 9: 62-66.
- [2] Kittler J, Illingworth J, On threshold selection using clustering criteria [J] IEEE Trans System Man Cybernetic. 1985, 15(5): 652-655.
- [3] Kurita T, Otsu N, Abdelmalek N. Maximum likelihood thresholding based on population mixture models [J], Pattern Recognition, 1992, 25(11): 1231-1240.
- [4] Li C H, Lee C K. Minimum cross entropy thresholding [J]. Pattern Recognition, 1993, 26(4): 617-625
- [5] Fan Jiu Lun. Notes on Poisson distribution based minimum en-

ror thresholding [J]. Pattern Recognition Letters 19(1998): 425-431.

- [6] 吴成茂, 范九伦. 基于交叉熵阈值法的快速迭代算法 [J]. 计算机应用与软件, 2007, 24(6): 6-8
Wu Chengmao, Fan Jiulun. Rapid iterating thresholding algorithm based on mutual entropy [J], Computer Applications and Software, 2007, 24(6): 6-8.
- [7] 刘健庄, 粟文青. 灰度图像的二维 Otsu 自动阈值分割法 [J]. 自动化学报, 1993, 19(1): 102-105.
Liu Jianzhuang, Li Wenqing. The automatic thresholding of gray level pictures via two dimensional Otsu method [J]. Acta Automatica Sinica. 1993, 19(1): 101-105.
- [8] Gong J, Li L Y, Chen W N. Fast recursive algorithm for two dimensional thresholding [J]. Pattern Recognition, 1998, 31(3): 295-300. (ichinese)
- [9] 范九伦, 赵凤, 灰度图像的二维 Otsu 曲线阈值分割法 [J]. 电子学报, 2007, 5(4): 751-755
Fan Jiulun, Zhao Feng. Two dimensional Otsu's curve thresholding segmentation method for gray level image [J]. Acta Electronica Sinica. 2007, 35(4): 751-755
- [10] 赵凤, 范九伦. 一种结合二维 Otsu 法和模糊熵的图像分割方法 [J]. 计算机应用研究, 2007, 24(6): 189-191. (ichinese)
Zhao Feng, Fan Jiulun. One image segmentation method combining 2D Otsu's method and fuzzy entropy [J]. Application Research of Computers, 2007, 24(6): 189-191. (ichinese)
- [11] Kullback S. Information theory and statistics [M], New York: Wiley, 1959.

作者简介:



范九伦 男, 1964 年生, 陕西省西安市人, 博士后, 教授, 博士生导师. 主要研究方向为模糊集理论、模糊信息处理、模式识别与图像处理、信息安全;
E-mail: jiulunf@xiyou.edu.cn



雷博 女, 1981 年生, 陕西省蓝田县人, 讲师, 西安电子科技大学在读博士生, 主要研究方向为模糊信息处理、数字图像处理.
E-mail: leibo@xiyou.edu.cn